ІІІ етап Всеукраїнської учнівської олімпіади з астрономії 2019/2020 навчального року. Харківська область. 10 клас.

Задача 1 (5 балів)**.** Які сузір'я з перелічених можна побачити з Харкова: А) влітку, Б) взимку, В) цілий рік, Г) ніколи?

1) Велика Ведмедиця
2) Великий Пес
3) Південний Хрест
4) Скорпіон
5) Близнята

Розв'язок:

- Велика Ведмедиця – сузір'я північної півкулі, ніколи не заходить на широті Харкова, можна бачити протягом всього року.
- Великий Пес – сузір'я південної півкулі неба, але розташовано не дуже далеко на південь від небесного екватора, тому його можна бачити з Харкова , але тільки взимку.
- Південний Хрест – лежить настільки далеко на південь, що ніколи не підіймається над горизонтом при спостереженні в Харкові.
- Скорпіон – зодіакальне сузір'я, Сонце знаходиться в ньому на початку зими, тому бачити його можна влітку.
- Близнята – теж зодіакальне, але в ньому Сонце перебуває в середині літа, тож бачимо ми його найкраще взимку, як і Великого Пса.

(1 бал за кожну вірну відповідь)

Задача 2. (5 балів) Визначити лінійний діаметр зорі o Cet (Омікрон Кита), яка має кутовий діаметр 0.065" та паралакс 0.024".

Розв'язок:

Паралакс зорі – кут, під яким видно з зорі велику піввісь земної орбіти. (1 б.) Оскільки кути малі, можна замінити тангенси самими кутами й не переводити з секунд дуги в радіани (1 б.), та стверджувати, що відношення 0.065"/0.024" = 2.7 як раз вказує, у скільки разів діаметр зорі перевищує радіус земної орбіти (2 б.). Отже, діаметр зорі становить $2.7 \cdot 1.5 \cdot 10^8 = 4.05 \cdot 10^8$ км (1 б. якщо вірно обчислено).

Задача 3. (10 балів) Радіолокаційні дослідження дозволяють визначати періоди обертання об'єктів Сонячної системи виходячи з розширення несучої частоти отриманого сигналу. Визначте період обертання 200 метрового астероїда, що наближається до Землі, спостереження якого велися на Голдстоунському радіотелескопі на довжині хвилі 3 см, при цьому розширення несучої частоти отриманого сигналу становило 200 гц. Вважати, що вісь обертання астероїда перпендикулярна до радарного променю.

Розв'язок: Визначимо несучу частоту відправленого сигналу: $\nu = c/\lambda = 3\cdot10^8/0.03 = 10^{10}$ = 10 Ггц (4 бали). Оскільки розширення несучої частоти отриманого сигналу відбувається як за рахунок наближення, так і за рахунок віддалення країв астероїда, то для визначення періоду потрібно взяти половину ширини, тобто 100 гц. З ефекту Доплера визначимо лінійну швидкість віддалення (або наближення) краю астероїда: $\Delta\nu/\nu = V/c$, $V = \Delta\nu{\cdot}c/\nu = 100\cdot3\cdot10^8/10^{10}$ = 3 м/с (4 бали). Лінійна швидкість на екваторі астероїда пов'язана з кутовою швидкістю наступним чином $V = \omega{\cdot}r$ (r – радіус астероїда), звідси період обертання буде: $T = 2\pi r/V = 2\pi\cdot100/3$ = 210 с = 3.5 хв. (2 бали).

Задача 4. (10 балів) Кожен з телескопів Кека має діаметр дзеркала 10 м та граничну зоряну величину 22^m. Відстань між телескопами становить 85 м і вони можуть працювати окремо, або в режимі інтерферометра. Визначте якою буде їх загальна гранична зоряна величина, якщо вони ведуть спостереження одночасно за одним і тим же об'єктом (тобто як один телескоп). Порівняйте роздільну здатність одного телескопу та двох у режимі інтерферометра на довжині хвилі 1 мкм. Вкажіть розмір найменшої деталі поверхні, яку ще можна побачити на Плутоні (діаметр Плутона 2380 км, відстань від Сонця 34 астрономічні одиниці).

Розв'язок: Оскільки при одночасному спостереженні телескопів за одним і тим же об'єктом загальна площа збільшилась у два рази то і освітленість зображення також збільшилась вдвічі. Враховуючи, що зоряна величина це відношення освітленостей, то добавка до зоряної величини буде Δm = -2.5lg($E/2E$) = 2.5lg(2) = 0.75. Отже гранична зоряна величина збільшиться на 0.75^m і становитиме 22.75^m (2 бали). Для оцінки роздільної здатності скористуємось відомою формулою дифракційного розділення для телескопа $\gamma_1 = 1.22\cdot206265\cdot\lambda/d$, (2 бали) та для інтерферометрів $\gamma_2 = 206265\cdot\lambda/D$ (2 бали) (де γ – роздільна здатність у секундах дуги, λ – довжина хвилі, d - діаметр телескопа, D – відстань між телескопами). Підставляючи значення з умови, остаточно отримаємо: $\gamma_1 = 17''\cdot10^{-3}$, $\gamma_2 = 2.5''\cdot10^{-3}$ (2 бали). Кутовий розмір Плутона становитиме 2400км·206265/(34·1.5·10^8км) = 0.1'' (1 бал), тобто на одиницю роздільної здатності (піксель) припадає близько 350 км при простому спостереженні та 60 км (58 км) в режимі інтерферометра. Для того щоб розрізнити деталь потрібно 2-3 пікселі, а значить це близько 1000 або 150 км (1 бал).

Задача 5. (15 балів) Три зорі однакової маси m утворюють правильний трикутник зі сторонами L та обертаються навколо загального центру мас по круговим орбітам з періодом T. Знайти маси зір.

Розв'язок:

Відстань зорі до центру мас (який співпадає з центром трикутника) $r = L/\sqrt{3}$ (1 бал). Тоді швидкість зорі по її орбіті $v = 2\pi r/T$ (2 бали), а доцентрове прискорення

$a = \frac{v^2}{r} = \frac{4\pi^2 r}{T^2} = \frac{4\pi^2 L}{\sqrt{3}T^2}$ (3 бали). Це прискорення є результатом дії на зорю гравітаційних сил від двох інших зір. Кожна сила дорівнює $F = \frac{Gm^2}{L^2}$ (2 бали). Склавши їх за правилом паралелограма (1 бал), знайдемо гравітаційне прискорення зорі: $a = \frac{\sqrt{3}Gm}{L^2}$ (3 бали). Це прискорення дорівнює відцентровому, звідки $m = \frac{4\pi^2 L^3}{3GT^2}$ (3 бали).

Задача 6. (15 балів) Орбіти більшості астероїдів головного поясу проходять на відстанях 2.0-3.0 а.о. від Сонця, середня відносна швидкість астероїдів v=5 км/сек. Як часто будуть відбуватись зіткнення у поясі астероїдів, якщо його вважати тором, а всі астероїди мають сферичну форму й однаковий діаметр 1 км? Вважати, що всього тіл у поясі астероїдів N=10^6.

Розв'язок:

Зіткнення відбувається в середньому за час t, такий, що об'єм V циліндра з висотою vt та радіусом r (де v - відносна швидкість астероїдів, а r – мінімальна відстань між центрами астероїдів, яка дає змогу пройти без зіткнення) дорівнює об'єму, що приходиться в поясі астероїдів на один астероїд (5 балів):

$$\pi r^2 vt = V_{ab} / N .$$

Вважаючи пояс астероїдів тором з середнім радіусом R = 2.5 а.о. та коловим перерізом діаметра d = 1 а.о. запишемо його об'єм: (5 балів)

$$V_{ab} = \frac{\pi d^2}{4} \cdot 2\pi R .$$

Вирішуючі відносно t отримуємо:

$$t = \frac{\pi d^2 R}{2r^2 vN} = \frac{3.14 \cdot 2.25 \cdot 10^{16} \cdot 2.5 \cdot 1.5 \cdot 10^8}{2 \cdot 1 \cdot 5 \cdot 10^6} = 26.5 \cdot 10^{17} \text{ с} = 84 \cdot 10^9 \text{ років (3 бали)}$$

Це – середній час між зіткненнями для одного астероїда. Якщо ж ми будемо розглядати усі астероїди в поясі, час скорочується в N раз та складає 84000 років. Це означає, що за всю історію астрономії маловірогідно спостерігати зіткнення кілометрових астероїдів. (2 бали). Але кількість астероїдів швидко зростає зі зменшенням діаметра, тому зіткнення з маленькими тілами є набагато більш частими, що астрономи й спостерігали, наприклад, у грудні 2010 р. для 100 км астероїда 596 Шейла.