

III етап Всеукраїнської учнівської олімпіади з астрономії 2017/2018 навчального року. Харківська область. 11 клас.

**Задача 1 «Яскравий Сиріус»**

5 балів

Зі спостережень відомо, що найяскравіша зоря Сиріус наближається до Сонця зі швидкістю 8 км/с. Вважаючи, що зоря рухається тільки в напрямку Сонця, розрахувати приблизний час, коли ця зоря на нашому небосхилі стане яскравішою на одну зоряну величину. Видима зоряна величина Сиріуса  $m = -1^m,5$ , відстань до Сонця 2,64 парсеки.

**Розв'язок:**

Напишемо рівняння зв'язку абсолютної зоряної величини з видимою зоряною величиною та відстанню:

$$m = M + 5 \lg(r) - 5. \quad (2 \text{ б.})$$

Тоді на відстані  $r - d$  зоря буде яскравіша на одну зоряну величину:  $m - 1 = M + 5 \lg(r - d) - 5$ .

Віднімаючи з першого рівняння друге, знайдемо:  $1 = 5 \lg\left(\frac{r}{r - d}\right)$ , що дає:

$$d = r(1 - 10^{-0.2}) = 0.97 \text{ пк, або } 0.97 \cdot 206265 \cdot 150 \cdot 10^6 \text{ êì } = 3 \cdot 10^{12} \text{ êì } . \quad (2 \text{ б.})$$

$$\text{Тоді час } T = \frac{d}{v} = 3.75 \times 10^{12} \text{ с, або } 120 \text{ тис. років.} \quad (2 \text{ б.})$$

**Задача 2 «Зміщення зір»**

10 балів

Космонавт, мандруючи Сонячною системою, висадився на невеликій планеті і провів спостереження декількох віддалених зір у напрямку, що близький до перпендикулярного площині орбіти планети. Він побачив, що положення зір змінюється з часом і за один оберт планети навколо Сонця вони описують коло радіусом  $12'' ,4$ . Як називається таке зміщення зір? Визначте на якій відстані від Сонця обертається ця планета? На якій планеті проводились спостереження?

**Розв'язок.**

Оскільки це зміщення однакове для декілька віддалених зір, це не може бути паралактичне зміщення, яке залежить від відстані до зорі. Це зміщення називається аберацією та пов'язане з тим, що швидкість руху Землі навколо Сонця змінюється за напрямком. (2 б.)

Зв'язок між кутом аберації  $\alpha$  і орбітальною швидкістю планети  $v$ :  $\sin(\alpha) = v/c$ , де  $c$  – швидкість світла. Малий кут аберації дає нам змогу замінити синус кута самим кутом в радіанах, що дає  $v = c \cdot \alpha(\text{рад}) = c \cdot \alpha''/206265 = 18 \text{ км/с}$ . (2 б.)

Для обчислення відстані від Сонця планети використаємо третій закон Кеплера:  $r^3/T^2 = 1$  (якщо період визначається у земних роках, а відстань у астрономічних одиницях). Переведемо 18 км/с в а.о./рік:  $18 \text{ км/с} \cdot 365,25 \cdot 24 \cdot 3600 \text{ с} / 150 \cdot 10^6 \text{ км} = 3,8 \text{ а.о./рік}$ . Тоді, розуміючи, що  $v = 2\pi r/T$ , можемо переписати третій закон Кеплера як  $r v^2 = 4\pi^2$ , або  $r = (2\pi/v)^2 = (6,28/3,8)^2 = 2,7 \text{ а.о.}$  (4 б.)

Отже планета знаходиться у поясі астероїдів, оскільки в умові мова йде про невелику планету, то це може бути тільки карликова планета Церера (2 б.)

**Задача 3 «Тінь від будинку»**

15 балів

В Харкові 23 вересня опівдні довжина тіні від багатоповерхівки А дорівнює 1/3 відстані до сусіднього будинку В, що стоїть на північ від неї. Чи буде багатоповерхівка А закривати Сонце мешканцям першого поверху будинку В опівдні 22 грудня?

**Розв'язок:**

Опівдні висота Сонця над горизонтом дорівнює  $h = 90 - \varphi + \delta$ , де  $\varphi$  - широта місця ( $50^\circ$  для Харкова), а  $\delta$  – схилення Сонця ( $0^\circ$  23 вересня та  $-23^\circ 27'$  22 грудня). (5 б.)

$$\text{Довжина тіні } L(\varphi, \delta) = H \cdot \text{tg}(\varphi - \delta). \quad (3 \text{ б.})$$

Тому 22 грудня тінь буде в  $\text{tg}(50^\circ + 23^\circ 27') / \text{tg}(50^\circ) = 3,365 / 1,192 = 2,82$  рази довша, ніж 23 вересня. (5 б.)

Оскільки  $2,82 \cdot 1/3 < 1$ , робимо висновок, що багатоповерхівка не буде закривати Сонце навіть в день зимового сонцестояння. (2 б.)

#### Задача 4 «Алула Південна»

5 балів

Алула Південна — подвійна зоря, що розташована у сузір'ї Великої Ведмедиці на відстані 8,37 парсек від Сонця. Абсолютна зоряна величина компонент 4<sup>m</sup>,71 та 5<sup>m</sup>,23. Через невелику кутову відстань між компонентами подвійність зорі непомітна неозброєним оком. Визначить видиму зоряну величину зорі.

**Розв'язок:**

Визначимо видимі зоряні величини компонентів. Зв'язок між абсолютною зоряною величиною  $M$  та видимою  $m$ :  $M - m = 5 - 5\lg(r)$ , де  $r$  — відстань до зорі у парсеках.

$$m_1 = 4,71 - 5 + 5\lg(8,37) = 4^m,32, \quad m_2 = 5,23 - 5 + 5\lg(8,37) = 4^m,84. \quad (2\text{ б})$$

Визначимо сумарну зоряну величину. Світлові потоки від двох зірок додаються:  $I = I_1 + I_2$ . Зв'язок між потоком та зоряною величиною:  $I \propto 2,512^{-m} = 10^{-0,4m}$ , (1 б)

$$\text{тоді сумарна зоряна величина: } m = -2,5\lg(10^{-0,4m_1} + 10^{-0,4m_2}) = 3^m,81. \quad (2\text{ б})$$

#### Задача 5 «Покриття Гіад Місяцем»

5 балів

03 грудня 2017 року відбулося покриття зоряного скупчення Гіади Місяцем. Дайте оцінку тривалості цієї події, якщо лінійний розмір скупчення 10 світлових років та відстань до нього 47 парсек.

**Розв'язок:**

Від моменту, коли диск Місяця почне покривати Гіади, до моменту, коли Місяць пройде скупчення, Місяць має пройти свій повний діаметр ( $0^\circ,5$ ) та кутовий діаметр скупчення, який можна знайти з виразу:  $\sin\left(\frac{\alpha}{2}\right) = \frac{R}{L}$ , (дивись малюнок справа), де  $R$  — лінійний радіус скупчення,  $L$  — відстань до нього. Враховуючи, що цей кут малий, кутовий розмір скупчення у радіанах приблизно дорівнює значенню синусу кута:

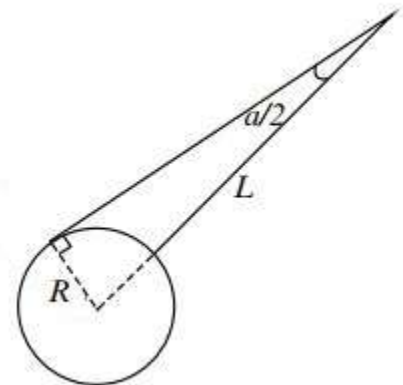
$$\alpha \approx \frac{2 \cdot R}{L} = \frac{D}{L}, \quad (2\text{ б})$$

де  $D$  — лінійний діаметр скупчення.

$$\alpha = \frac{10 \text{ н.д.}}{47 * 3,26 \text{ н.д.}} = 0,07 \text{ рад} = 3^i,7$$

Таким чином, за час покриття Місяць має пройти приблизно  $0^\circ,5 + 3^\circ,7 = 4^\circ,2$ .

Швидкість руху Місяця по небесній сфері можна оцінити, знаючи, що повне коло навколо Землі ( $360^\circ$ ) він проходить за 27,3 доби. Тобто швидкість руху складає приблизно  $13^\circ$  на добу, або  $1^\circ$  за 1,85 години. Покриття буде тривати 7,7 години. (3 б)



#### Задача 6 «Проблема SETI та світові константи»

20 балів

Виступаючи на засіданні Берлінської АН 18 травня 1899 р., Макс Планк зауважив, що «використовуючи світові константи (мались на увазі  $G$ ,  $c$ ,  $k$ ,  $\hbar$ ) ми отримуємо можливість встановити одиниці довжини, маси, часу і температури, що не залежали б від вибору будь-яких тіл або речовин і обов'язково зберігали б своє значення для всіх часів і для всіх культур, в тому числі і позаземних і нелюдських, і які тому можна було б ввести в якості “природних одиниць вимірювань”». Тим самим М. Планк, вбачав користь у використанні такої системи одиниць у разі можливого контакту із позаземними культурами.

З фундаментальних констант  $G$ ,  $c$ ,  $k$ ,  $\hbar$ , скласти величини із розмірностями довжини, часу, маси, температури, густини та розрахувати їх значення. Швидкість світла у вакуумі  $c = 299792458$  м/с, гравітаційна стала  $G = 6,67 \cdot 10^{-11}$  м<sup>3</sup>кг<sup>-1</sup>с<sup>-2</sup>, редукована стала Планка  $\hbar = h/2\pi = 1,05 \cdot 10^{-34}$  Дж·с, стала Больцмана  $k = 1,38 \cdot 10^{-23}$  Дж/К.

**Розв'язок:**

Для початку виразимо Дж через основні одиниці: Дж = Н·м = кг·м<sup>2</sup>·с<sup>-2</sup>. Найпростіше виразити масу: бачимо, що перемноживши  $\hbar \cdot c$  отримаємо величину із розмірністю

$$\hbar \cdot c = (\text{кг} \cdot \text{м}^2 \cdot \text{с}^{-1})(\text{м} \cdot \text{с}^{-1}) = \text{кг} \cdot \text{м}^3 \cdot \text{с}^{-2}.$$

Тепер, поділивши цей вираз на  $G$  отримаємо

$$\hbar \cdot c / G = (\text{кг} \cdot \text{м}^3 \cdot \text{с}^{-2}) / (\text{м}^3 \cdot \text{кг}^{-1} \cdot \text{с}^{-2}) = \text{кг}^2.$$

Отже, кінцевий вираз для планківської маси буде:

$$M_{Pl} = \sqrt{\frac{\hbar c}{G}} = 2.2 \cdot 10^{-8} \text{ kg}; \quad (4 \text{ б})$$

Аналогічним шляхом знаходимо інші планківські величини.

$$l_{Pl} = \sqrt{\frac{G \hbar}{c^3}} = 1.6 \cdot 10^{-35} \text{ m}; \quad (4 \text{ б})$$

$$t_{Pl} = \sqrt{\frac{G \hbar}{c^5}} = 5.4 \cdot 10^{-44} \text{ s}; \quad (4 \text{ б})$$

$$T_{Pl} = \sqrt{\frac{\hbar c^5}{G k^2}} = 1.4 \cdot 10^{32} \text{ K}; \quad (4 \text{ б})$$

$$\rho_{Pl} = \frac{c^5}{G^2 \hbar} = 5.2 \cdot 10^{96} \text{ kg / m}^3; \quad (4 \text{ б})$$