

III етап Всеукраїнської учнівської олімпіади з астрономії 2014/2015 навчального року. Харківська область. 11 клас.

Задача 1. (10 балів). Знайти освітленість на верхній межі земної атмосфери, створювану повним Місяцем, якщо відомо, що видимі зоряні величини Сонця та Місяця у повні дорівнюють -26.8^m та -12.7^m , відповідно, а освітленість від Сонця 135000 люкс.

Розв'язок. У відповідності з визначенням зоряної величини відношення освітленостей від повного Місяця і Сонця дорівнює

$$\frac{S_M}{S_S} = 10^{0.4(m_s - m_M)} = \frac{1}{437000}. \quad (7 \text{ балів})$$

Отже, освітленість від повного Місяця дорівнює

$$S_M = S_S \cdot \frac{S_M}{S_S} = 0.31 \text{ лк}. \quad (3 \text{ бали})$$

Задача 2. (10 балів). Знайти сонячну сталу для Землі, якщо відомо, що температура фотосфери Сонця дорівнює 5800 К.

Розв'язок. Згідно із законом Стефана-Больцмана одиниця площі поверхні Сонця випромінює в одиницю часу потужність $\sigma \cdot T^4$, де $\sigma = 5.67 \text{ Вт/м}^2\text{К}^4$. Отже, потужність сонячного випромінювання (світність Сонця) дорівнює

$$L = 4\pi R^2 \cdot \sigma T^4 = 4 \cdot 10^{30} \text{ Вт},$$

де R - радіус Сонця.

(6 балів)

Сонячна стала q , що дорівнює енергії, яка приходить на одиницю площі за одиницю часу на верхню межу земної атмосфери, це світність Сонця, поділена на площу сфери з радіусом, рівним середній відстані від Землі до Сонця, тобто

$$q = \frac{L}{4\pi a^2} = 1.4 \cdot 10^3 \text{ Вт/м}^2. \quad (4 \text{ бали})$$

Задача 3. (15 балів). Деякий уявний астероїд обертається по геліоцентричній орбіті, причому для земного спостерігача може в певні моменти часу знаходитись як в нижньому сполученні з Сонцем, так і в протистоянні. Причому, між двома послідовними протистояннями (або між послідовними сполученнями) минає рівно 1 рік. Яка орбіта цього астероїда? Зробити схематичне креслення, позначивши розташування Землі та астероїда в моменти сполучення та протистояння.

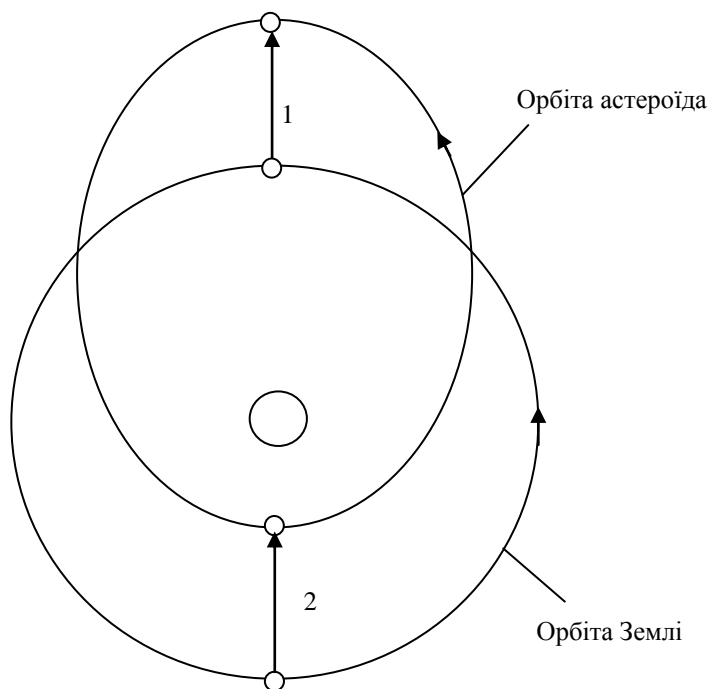
Розв'язок. Як відомо, в нижньому сполученні з Сонцем можуть знаходитись нижні планети – тобто ті, що знаходяться ближче до Сонця, ніж орбіта Землі. У протистоянні ж можуть знаходитись верхні планети, що розташовані далі від Сонця ніж Земля. (2 бали). З цього виникає, що даний астероїд не можна віднести ані до нижніх ані до верхніх – він певний час перебуває у внутрішній частині, а часом - ззовні орбіти Землі, це значить – він є таким, що перетинає орбіту Землі. Звісно, для цього він повинен мати помітний ексцентриситет e , такий, що у афелії (найдальшої від Сонця точки) $a(1+e) > 1 \text{ а.о.}$, а у перигелії $a(1-e) < 1 \text{ а.о.}$ (2 бали). Далі, уявимо собі, що в деякий момент часу наступило протистояння астероїда. Це значить, що в цей

момент він знаходився біля афелію своєї орбіти. Рівно через рік Земля знов буде знаходитись в тій самій точці своєї орбіти, що й рік тому, та, згідно умови задачі – знову наступає протистояння! Значить, за 1 рік астероїд здійснив ціле число обертів навколо Сонця: 1, 2, 3 и т.д. Відповідно, сидеричний період астероїда складає 1, 1/2, 1/3 и т.д. року (2 бали). За третім законом Кеплера таким сидеричним періодам відповідають великі півосі 1, $(1/2)^{2/3}=0.63$ а.о., $(1/3)^{2/3}=0.48$ а.о. (2 бали). Розглядати ще менші періоди немає сенсу, тому що вже при великій півосі 0.48 а.о. астероїд ніколи не зможе перетнути орбіту Землі (2 бали). При великій півосі 0.63 а.о. астероїду потрібний ексцентриситет e , що задовольняє вимозі $0.63(1+e)>1$, т.з. $e>0.59$. При великій півосі 1 а.о. вистачить довільного ексцентриситету $e>0$ (2 бали).

Таким чином, задача має два рішення:

1. Велика піввісь $a=1$ а.о., ексцентриситет $e>0$.
2. Велика піввісь $a=0.63$ а.о., ексцентриситет $e>0.59$.

В обох випадках протистояння повинно відбуватися неподалік афелію орбіти астероїда. (1 бал). Схематичне зображення орбіт Землі та астероїда. 1 – протистояння, 2 – нижнє сполучення. (2 бали).



Задача 4. (10 балів). У 1923 р. Адріан ван Маанен з обсерваторії Маунт Вілсон опублікував дослідження туманності М33, в якому показав, що туманність обертається, і її оберт на різних відстанях від центру здійснюється за 60 000-240 000 років. Але в 1925 р. Едвін Габбл повідомив про відкриття цефеїд в М33. За методом "період-світність" Габбл визначив відстань до цієї туманності (285 кпк) та її діаметр (4.3 кпк). На основі своїх спостережень Габбл заперечував реальність виявленого ван Мааненом ефекту. Спробуйте сформулювати і обґрунтувати основну претензію Габбла.

Розв'язок. При знайденій Хабблом відстані обертання по круговій орбіті із діаметром у 4.3 кпк ($43000 \text{ пк} = 206265 \text{ а.о.} \cdot 1.5 \cdot 10^{11} \text{ м} = 3.1 \cdot 10^{16} \text{ м}$) та періодом в 240 тисяч років дає лінійну швидкість в $(2\pi \cdot 3.1 \cdot 10^{16} \text{ м} \cdot 2150 \text{ пк}) / (240\,000 \text{ р.} \cdot 365 \cdot 24 \cdot 3600)$, тобто 19% від швидкості світла, а з періодом в 60 тисяч років - в 4 рази більше. (5 балів). Такі великі швидкості вкрай не реалістичні. Розгін до таких швидкостей для макроскопічних об'єктів потребує величезних енергій. Немає фізичних механізмів, здатних забезпечити необхідну енергію. (5 балів).

Задача 5. (15 балів). Телескоп якого діаметра знадобиться, щоб побачити Сонце з планетної системи навколо зорі GJ 436 через 3 млн. років після перетворення Сонця на білий карлик, коли його ефективна температура буде $5.8 \cdot 10^4 \text{ К}$, а радіус – 5500 км, і через 2 млрд. років, коли він охолоне до 10^4 К . Вважати відстань між GJ 436 і Сонцем протягом усього часу незмінною і рівною початковій (10 пк). В наш час абсолютна зоряна величина Сонця складає $4^{\text{m}}.72$.

Розв'язок. Проникаюча здатність телескопа визначається наближеним виразом як $m = k + 5 \lg(D, \text{см})$, $k = 7^{\text{m}}.0$ або $7^{\text{m}}.5$ (2 бали). Тобто, необхідно визначити видиму зоряну величину білого карлика через 3 млн. і 2 млрд. років після його утворення. Так як планета розташована на 10 пк – на стандартній відстані, на якій визначається абсолютна зоряна величина ($M_{\text{sol}} = +4^{\text{m}}.72$), то різниця зоряних величин Сонця в нормальному стані і як білого карлика буде визначатися логарифмом відношенням освітленостей. Світність Сонця і в нормальному стані і у вигляді білого карлика визначається за формулою $L = 4\pi R^2 \sigma T^4$, після підстановки відповідних значень температури і радіуса (3 бали). Тому, оскільки відстань постійна, то за формулою Погсона, m_{sol} - видима зоряна величина Сонця в нормальному стані, m_{wd} - видима зоряна величина білого карлика.

$$m_{\text{wd}} - m_{\text{sol}} = 2.5 \lg \frac{E_2}{E_1} = 2.5 \lg \frac{R_{\text{sol}}^2 T_{\text{sol}}^4}{R_{\text{wd}}^2 T_{\text{wd}}^4}. \quad (5 \text{ балів})$$

Підставляючи чисельні значення, знаходимо в першому випадку:

$$m_{\text{wd}} = m_{\text{sol}} + 0^{\text{m}}.51 = 5^{\text{m}}.23,$$

тобто телескоп не потрібен, білий карлик буде видно неозброєним оком.

У другому випадку $m_{\text{wd}} = m_{\text{sol}} + 8^{\text{m}}.14 = 12^{\text{m}}.86$. У цьому випадку потрібен телескоп з діаметром 12 см (якщо вважати $k = 7^{\text{m}}.0$) або 15 см ($k = 7^{\text{m}}.5$) (5 балів).

Задача 6. (10 балів). Видимий блиск яскравих планет змінюється в досить широкому діапазоні: Венера: від $-4^{\text{m}}.3$ до $-3^{\text{m}}.0$; Марс: від $-2^{\text{m}}.8$ до $+1^{\text{m}}.6$; Юпітер: від $-2^{\text{m}}.1$ до $-0^{\text{m}}.9$; Сатурн: від $-0^{\text{m}}.4$ до $+1^{\text{m}}.5$. Переведіть ці значення в відношення освітленостей, що створює планета на Землі. Поясніть, чому зміни блиску Марса набагато більші, ніж у Венери чи Юпітера. Чому зміни блиску Сатурна більші, ніж у Юпітера? З яким періодом відбуваються зміни блиску цих планет?

Розв'язок. Видимий блиск світила вимірюється освітленістю, що воно створює на Землі. Зміни цієї освітленості можна вирахувати з відомої формули Погсона:

$$\frac{E_1}{E_2} = 2.5 \cdot 12^{m_2 - m_1} = 10^{0.4(m_2 - m_1)}.$$

де E – освітленість, m – зоряна величина, індекси 1 та 2 позначають моменти найбільшого та найменшого блиску. Отримуємо, що освітленість від Венери може змінюватись в 3.3 рази, Марса – в 57 разів, Юпітера – в 3.0 рази, а Сатурна – в 5.7 разів. (1 бал). Головних причин змін блиску планет є три (в порядку зменшення впливу на яскравість):

1. Ефект фазового кута, тобто кута між напрямком на Сонце з планети та напрямком на Землю. Якщо цей кут наближається до 180° , ми зовсім не будемо бачити планету, бо вона повернеться до нас неосвітленим боком. Період зміни дії цього ефекту – синодичний період планети.

2. Відстань від планети до Землі. Згідно закону обернених квадратів освітленість зменшується пропорційно квадрату відстані до джерела (в даному випадку – до планети). Період, як і для ефекту 1 – синодичний.

3. Відстань від планети до Сонця, яка залежить від ексцентриситету орбіти. Період зміни – сидеричний період планети. (1 бал).

Порівняно невеликі зміни яскравості Венери пояснюються тим, що для неї ефекти 1 та 2 діють в протилежних напрямках: коли Венера наближається до Землі, вона повертається до нас неосвітленим боком. (2 бали).

Суттєві зміни яскравості Марса пов'язані зі значною зміною відстані до Землі (від 0.382 до 2.666, що дає зміну блиску майже в 48 разів), та помітним ексцентриситетом (0.0933, що призводить до зміни ще в 1.4 рази). У випадку Марса, ефекти 1 та 2 діють в одному й тому ж напрямку – коли Марс найближче до нас, він повернутий до нас освітленою півкулею. (2 бали).

Зміни яскравості Юпітера значно менші, тому, що відстань від нього до Землі змінюється незначно (від 3.950 до 6.452, зміна блиску в 2.7 рази). Невеликі й зміни із-за ексцентриситету (0.04845, зміна блиску в 1.2 рази).

Здавалось би, Сатурн, що розташований ще далі від Сонця, а значить, відносні зміни відстані до Землі ще менші (від 8.00 до 11.1, що дає зміну блиску всього в 1.4 рази), а ексцентриситет приблизно такий ж (0.05565, зміна блиску в 1.25 рази), повинен мати максимальні зміни не більші ніж $1.25 \cdot 1.4 = 1.75$. Але Сатурн показує зміни в 5.7 разів, що значно вище нашої оцінки. Тут треба пригадати, що Сатурн має кільця. І площина цих кілець нахилена до площини екліптики під кутом коло 27° ! Тому, в залежності від розташування Сатурна на орбіті ми можемо бачити кільця або широко повернутими до нас (двічі за 29.5 років), або з ребра, коли вони зовсім невидимі (теж двічі за 29.5 років). Таким чином ефект кілець має період рівний половині сидеричного періоду Сатурна. (2 бали).