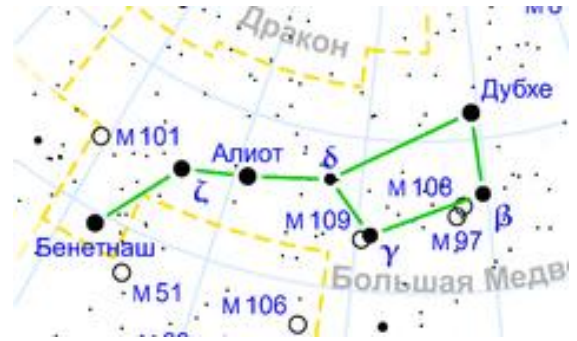


**III етап Всеукраїнської учнівської олімпіади з астрономії 2013/2014  
навчального року. Харківська область, 10 клас.**

**Задача 1.** (20 балів) Які п'ять із яскравих зір сузір'я Великої Ведмедиці належать однойменному найближчому до Сонця розсіяному зоряному скупченню?

Складові сузір'я:

- Аліот ( $\epsilon$  UMa),  $m = 1,76^m$ ,  $M = -0,2^m$ ;
- Дубхе ( $\alpha$  UMa),  $m = 1,81^m$ ,  $M = -0,7^m$ ;
- Бенетнаш ( $\eta$  UMa),  $m = 1,86^m$ ,  $M = -1,6^m$ ;
- Мегрець ( $\delta$  UMa),  $m = 3,32^m$ ,  $M = 1,33^m$ ;
- Міцар ( $\zeta$  UMa),  $m = 2,23^m$ ,  $M = 0,0^m$ ;
- Мерак ( $\beta$  UMa),  $m = 2,34^m$ ,  $M = +0,5^m$ ;
- Фекда ( $\gamma$  UMa),  $m = 2,41^m$ ,  $M = +0,5^m$ .



**Розв'язок.** Із формули  $M = m + 5 - 5 \lg r$  відстань до зір є  $r = 10^{0,2(m-M)+1}$  (5 б.)

Аліот – 24.7 пк, Мегрець – 25.0 пк, Міцар – 27.9 пк,  
Мерак – 23.3 пк, Фекда – 24.1 пк.

Дубхе – 31.8 пк, Бенетнаш – 49.2 пк, (по одному балу за кожну зорю).

Таким чином, 5 із 7-ми зір знаходяться від Сонця на відстані ближче 28 пк. Саме вони і належать до зоряного скупчення Велика Ведмедиця. (3 б.)

**Задача 2.** (20 балів) Космічний апарат вийшов на орбіту Юпітера для дослідження Великої Червоної плями. Де слід розмістити космічний апарат, щоб він весь час міг спостерігати за плямою?

**Розв'язок.** Велика Червона пляма знаходиться на південній широті  $22^\circ$ . У першому наближенні будемо вважати, що вона обертається з періодом обертання Юпітера навколо своєї осі. Виходячи з цього, КА повинен рухатись у екваторіальній площині Юпітера таким чином, щоб його період обертання навколо Юпітера співпадав з періодом обертання Юпітера  $P_{ю} = 9$  год 50 хв. (5 б.) Колова швидкість з даним періодом буде  $v = 2\pi r / P_{ю}$ , де  $r$  - відстань від центру Юпітера. З іншої сторони КА, що рухається по коловій орбіті на такій відстані під дією сили тяжіння, має швидкість  $v = \sqrt{\frac{GM}{r}}$ , (5 б.), де  $M$  - маса Юпітера,  $G$  - гравітаційна стала.

Прирівнюючи ці швидкості, остаточно для відстані маємо  $r = (GM (\frac{P_{ю}}{2\pi})^2)^{\frac{1}{3}}$  (5 б.). Підставляючи числові значення, одержуємо відстань для космічного апарату:

$$r = \left[ 6.673 \times 10^{-11} \times 1.9 \times 10^{27} \left( \frac{9.84 \times 60 \times 60}{2 \times 3.1416} \right)^2 \right]^{\frac{1}{3}} \approx 1.59 \cdot 10^8 \text{ м} = 159 \text{ 000 км} \quad (5 \text{ б.}).$$

**Задача 3.** (15 балів) Мінімальний кут, що розділяє оптична система з діаметром об'єктива  $D$  на довжині хвилі  $\lambda$  є  $d = 1.22 \frac{\lambda}{D}$  (рад) (\*). Як використати цю властивість для обґрунтування

відомого факту, що мати Кеплера могла бачити фази Венери неозброєним оком? (Урахувати, що діаметр зіниці людського ока, яке адаптоване до темряви, приблизно дорівнює 6 мм).

**Розв'язок.** Мінімальна відстань між Землею і Венерою складає:

$$(150-108) \cdot 10^6 \text{ км} = 42 \text{ млн. км. (2 б.)}$$

Правда, при мінімальній відстані Венера знаходиться у сполученні з Сонцем і її не видно. Але, Венера настільки яскрава, що упевнено спостерігається вже при кутовій відстані від Сонця на  $15^\circ$ , коли відстань до Землі не дуже (на 3%) відрізняється від мінімального, так що цим збільшенням відстані можна знехтувати. Це відповідає куту, під яким спостерігається діаметр Венери:

$$12140 \text{ км} / 42 \cdot 10^6 \text{ км} = 3 \cdot 10^{-4} \text{ рад.} = 1' \text{ (5 б.)}$$

Око людини є оптичною системою, для якої по формулі (\*) при довжині хвилі в оптичному діапазоні  $\lambda = 0.5 \text{ мкм}$  і діаметрі зіниці  $D = 6 \text{ мм}$ , дифракційна роздільна здатність складає  $10^{-4} \text{ рад.} = 0.3' \text{ (5 б.)}$ . Таким чином, найбільший кутовий діаметр Венери перевищує роздільну здатність ока в  $(3 \cdot 10^{-4}) / 10^{-4} = 3$  рази. Але зазвичай можливості ока обмежені не дифракцією світла, а аберациями (недосконалістю кришталіка), чому і вважають, що око не може бачити кут менше  $1'$ . Однак принципіальна можливість того, що хтось з дуже хорошим зором може бачити фази Венери, не має протиріч з законами дифракції світла. (3 б.)

**Задача 4.** (15 балів) До «великих земель» відносять екзопланети з діаметрами менше двох діаметрів Землі. А які у цьому разі максимальні маси таких екзопланет?

**Розв'язок.** Середня густина Землі складає

$$\bar{\rho} = \frac{M_{\oplus}}{\frac{4}{3}\pi R_{\oplus}^3} = 5.5 \text{ г/см}^3. \text{ (3 б.)}$$

Взявши цю густину за характерну для екзопланет, що вважаються «землями», маса таких планет при 2-х радіусах Землі буде складати:

$$M = \frac{4}{3}\pi \bar{\rho} (2R_{\oplus})^3 = 4.78 \cdot 10^{28} \text{ г} = 8M_{\oplus}. \text{ (10 б.)}$$

(Тому, хто додумається не обчислювати густину Землі, а напряму запише, що при рівній середній густині маса пропорційна кубу радіусу, і зразу одержить  $8M_{\oplus}$  – 15 балів)

**Задача 5.** (15 балів) Спостереження за метеорами виявили наступне спостережене явище: наприкінці ночі кількість метеорів збільшується. Поясніть це явище.

**Розв'язок.** Після опівночі спостерігаються метеори, що летять назустріч Землі. (5 б.) Оскільки при цьому вони влітають в атмосферу з більшими швидкостями, вони й спалахують яскравіше. Отже можна помітити спалахи і від набагато менших за розміром метеороїдів. (10 б.)

**Задача 6.** (15 балів) Скільки разів за добу на циферблаті годинника співпадає положення стрілок, що показують години та хвилини.

**Розв'язок.** За добу стрілка, що показує години робить 2 оберти, а хвилинна – 24. Значить, хвилинна стрілка за добу 22 рази обганяє стрілку, що показує години. У момент цього обгону положення стрілок співпадають.

### III этап Всеукраинской школьной олимпиады по астрономии 2013/2014 учебного года. Харьковская область, 10 класс.

**Задача 1.** (20 баллов) Какие пять ярких звезд созвездия Большой Медведицы принадлежат одноименному ближайшему к Солнцу рассеянному скоплению?

Состав созвездия:

Алиот ( $\epsilon$  UMa) ,  $m = 1,76^m$  ,  $M = -0,2^m$ ;  
 Дубхе ( $\alpha$  UMa) –  $1,81^m$  ( $M = -0,7^m$ ) ;  
 Бенетнаш ( $\eta$  UMa) –  $1,86^m$  ( $M = -1,6^m$ ),  
 Мегрец ( $\delta$  UMa) –  $3,32^m$  ( $M = 1,33^m$ ),  
 Мицар ( $\zeta$  UMa) –  $2,23^m$  ( $M = 0,0^m$ ),  
 Мерак ( $\beta$  UMa) –  $2,34^m$  ( $M = +0,5^m$ ),  
 Фекда ( $\gamma$  UMa) –  $2,41^m$  ( $M = +0,5^m$ ).



**Решение.** Из формулы  $M = m + 5 - 5 \lg r$  (5 б.) расстояние до звезд есть  $r = 10^{0,2(m-M)+1}$ : (5 б.)

Алиот – 24.7 пк, Мегрец – 25.0 пк, Мицар – 27.9 пк,  
 Мерак – 23.3 пк, Фекда – 24.1 пк.

Дубхе – 31.8 пк, Бенетнаш – 49.2 пк (по 1 б. за каждую звезду).

Таким образом, 5 из 7-ми звезд находятся от Солнца на расстоянии ближе 28 пк. Именно они и принадлежат к звездному скоплению Большая Медведица. (3 б.)

**Задача 2.** (20 баллов) Космический аппарат вышел на орбиту Юпитера для исследования Большого Красного пятна. Где следует поместить аппарат, чтобы он все время мог наблюдать за пятном?

**Решение.** Большое Красное пятно находится на южной широте  $22^\circ$ . В первом приближении будем считать, что оно перемещается с периодом вращения Юпитера вокруг своей оси. Исходя из этого, КА должен двигаться в экваториальной плоскости Юпитера таким образом, чтобы его период обращения совпадал с периодом вращения планеты  $P_{ю} = 9$  час 50 мин (5 б.). Круговая скорость с таким периодом будет  $V = 2\pi r/P_{ю}$ , где  $r$  - расстояние от центра Юпитера. С другой стороны КА, который движется по круговой орбите на таком расстоянии под действием силы тяготения, имеет скорость  $V = \sqrt{\frac{GM}{r}}$  (5 б.), где  $M$  – масса Юпитера,  $G$  – гравитационная

постоянная. Приравнивая эти скорости, окончательно для расстояния имеем  $r = (GM \left(\frac{P_{ю}}{2\pi}\right)^2)^{\frac{1}{3}}$

(5 б.). Подставляя численные значения, получим радиус орбиты космического аппарата:

$$r = (6.673 \times 10^{-8} \times 1.9 \times 10^{30} \left(\frac{9.84 \times 60 \times 60}{2 \times 3.1416}\right)^2)^{\frac{1}{3}} \approx 15.9 \cdot 10^8 \text{ см} = 159\,000 \text{ км} \quad (5 \text{ б.}).$$

**Задача 3.** (15 баллов) Минимальный угол, различимый оптической системой с диаметром объектива  $D$  на длине волны  $\lambda$  равен  $d = 1.22 \frac{\lambda}{D}$  (рад.) (\*) Как согласуется это соотношение с известным фактом, что мать Кеплера могла видеть фазы Венеры невооруженным глазом?

(учесть, что диаметр зрачка человеческого глаза адаптированного к темноте примерно равен 6 мм)

**Решение.** Минимальное расстояние между Землей и Венерой составляет:

$$(150-108) \cdot 10^6 \text{ км} = 42 \text{ млн. км. (2 б.)}$$

Правда, при минимальном расстоянии Венера находится в соединении с Солнцем и не видна. Однако, Венера настолько ярка, что уверенно наблюдается уже при угловом удалении от Солнца на  $15^\circ$ , когда расстояние до Земли не сильно (на 3%) отличается от минимального, так что этим увеличением расстояния можно пренебречь. Это соответствует углу, под которым наблюдается диаметр Венеры:

$$12140 \text{ км} / 42 \cdot 10^6 \text{ км} = 3 \cdot 10^{-4} \text{ рад.} = 1' \text{ (5 б.)}$$

Глаз человека является оптической системой, для которой по формуле (\*) при длине волны в оптическом диапазоне  $\lambda = 0.5 \text{ мкм}$  и диаметре зрачка  $D = 6 \text{ мм}$ , дифракционная разрешающая способность глаза составляет  $10^{-4} \text{ рад.} = 0.3' \text{ (5 б.)}$

Таким образом, наибольший угловой диаметр Венеры превышает дифракционную разрешающую способность глаза в  $(3 \cdot 10^{-4}) / 10^{-4} = 3$  раза. Но обычно возможности глаза ограничены не дифракцией света, а аберрациями (несовершенством хрусталика), почему и принято считать, что глаз не способен видеть угол менее  $1'$ . Однако принципиальная возможность того, что некто с особенно хорошим зрением может видеть фазы Венеры, не противоречит законам дифракции света. (3 б.)

**Задача 4.** (15 баллов) К «большим землям» относят экзопланеты диаметром меньше двух диаметров Земли. Каковы в этом случае максимальные массы таких экзопланет?

**Решение.** Средняя плотность Земли составляет

$$\bar{\rho} = \frac{M_{\oplus}}{\frac{4}{3} \pi R_{\oplus}^3} = 5.5 \text{ г/см}^3. \text{ (3 б.)}$$

Взяв эту плотность за характерную для экзопланет, под которыми понимают «земли», получаем массу для таких планет:

$$M = \frac{4}{3} \pi \bar{\rho} R_{\oplus}^3 = 4.78 \cdot 10^{28} \text{ г} = 8 M_{\oplus}. \text{ (10 б.)}$$

(Тому, кто догадается не вычислять плотность Земли, а напрямую напишет, что при равной средней плотности масса пропорциональна кубу радиуса, и сразу получит  $8 M_{\oplus}$  – 15 баллов)

**Задача 5.** (15 баллов) Наблюдение за метеорами выявили следующее наблюдаемое явление: в конце ночи количество метеоров увеличивается. Объясните это явление.

**Решение.** После полуночи наблюдаются метеоры, которые летят навстречу Земле. (5 б.) Поскольку при этом они влетают в атмосферу с большими скоростями, они вспыхивают ярче. Следовательно, можно заметить вспышки и от намного меньших по размеру метеороидов. (10 б.)

**Задача 6.** (15 баллов) Сколько раз за сутки на циферблате часов совпадает положение часовой и минутной стрелки.

**Решение.** За сутки часовая стрелка делает 2 оборота, а минутная – 24. Следовательно, минутная стрелка за сутки 22 раза обгоняет часовую. В момент этого обгона положения стрелок совпадают.