

Курс «Космическая картография»

Лекция 03

Перспективная проекция для случая сферической планеты

ver. 2013.09.24

Корохин Виктор Валентинович

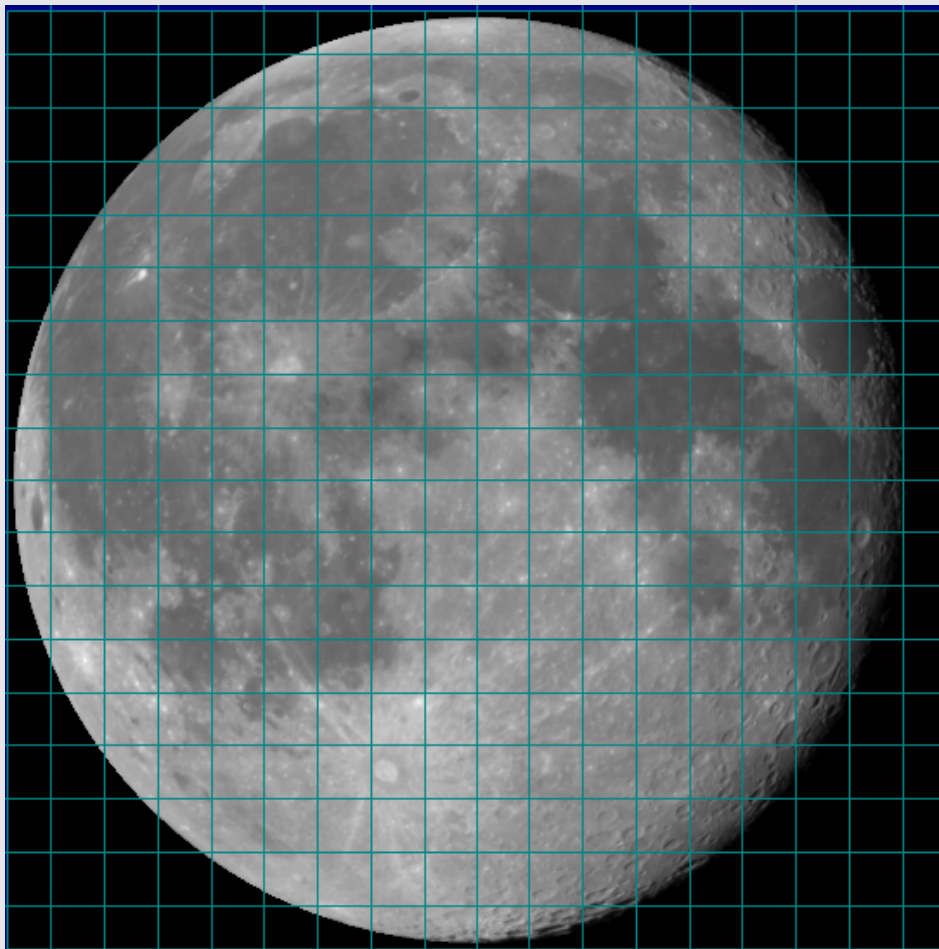
v.v.korokhin@gmail.com

Institute of Astronomy,
Kharkiv V.N. Karazin National University, Ukraine

2013.09.24, Харьков

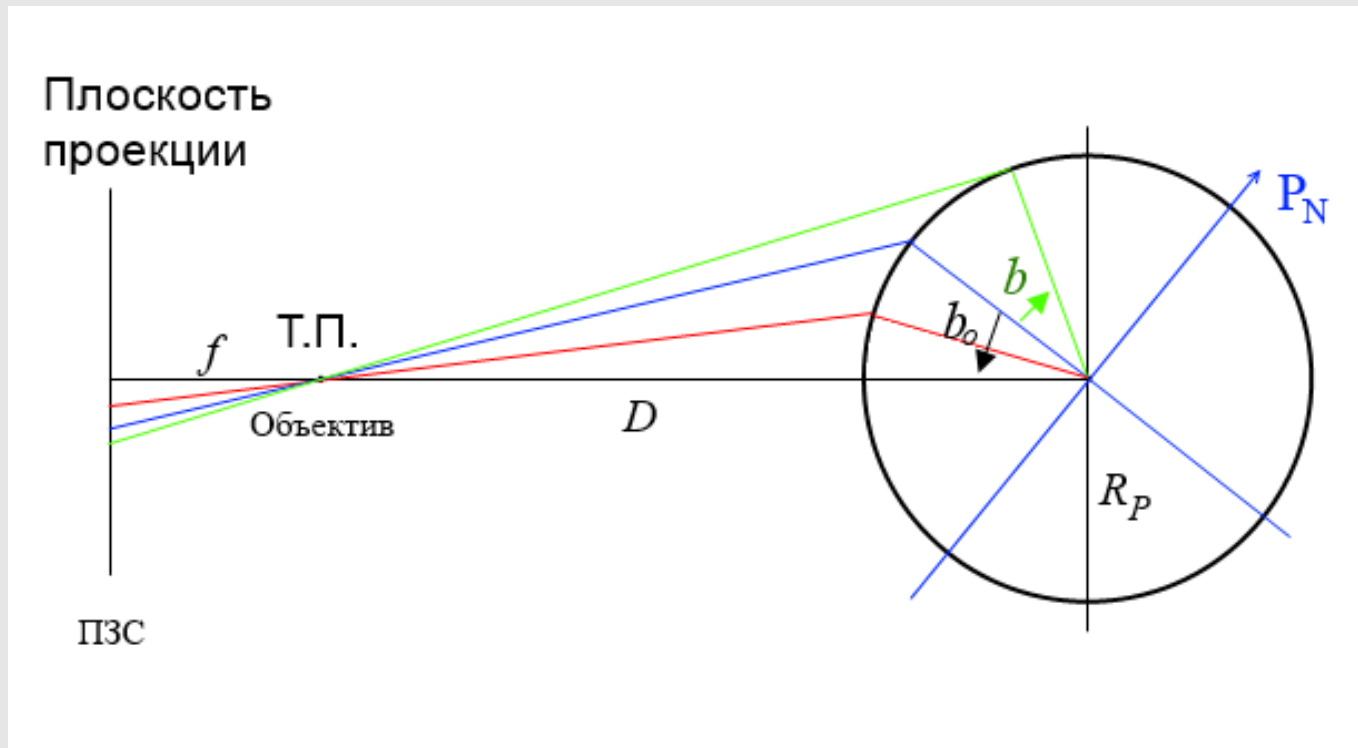
План лекции

1. Схема построения косо́й внешней перспективной проекции.
2. Параметры, задающие косо́ую внешнюю перспективную проекцию.
3. Переход от прямоугольных координат на плоскости перспективной проекции к планетографическим координатам для сферической планеты.
4. Обратное преобразование.



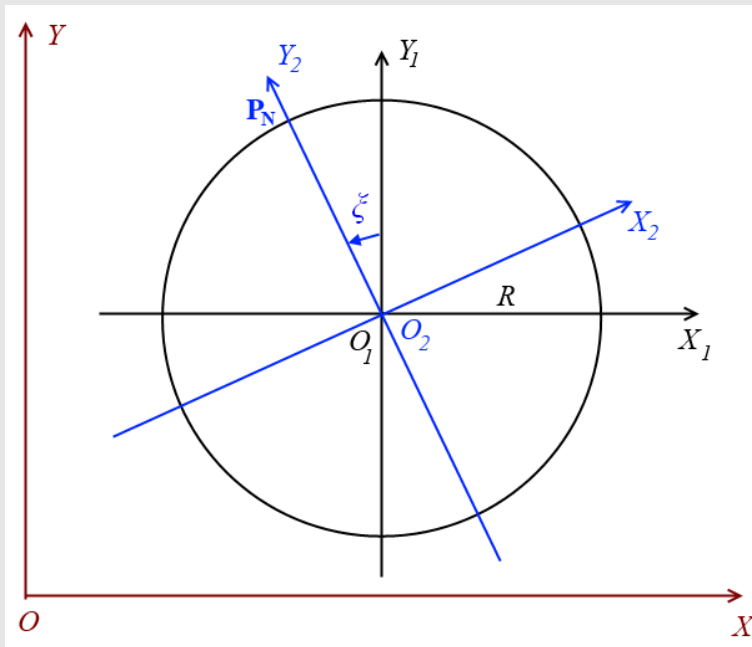
Изображение, получаемое наземным телескопом или камерой на борту КА, является внешней косой перспективной проекцией

Схема построения косо́й внешней перспективной проекции



Рассмотрим случай сферической планеты [\[1\]](#).

Изображение планеты и системы координат



оси вращения планеты.

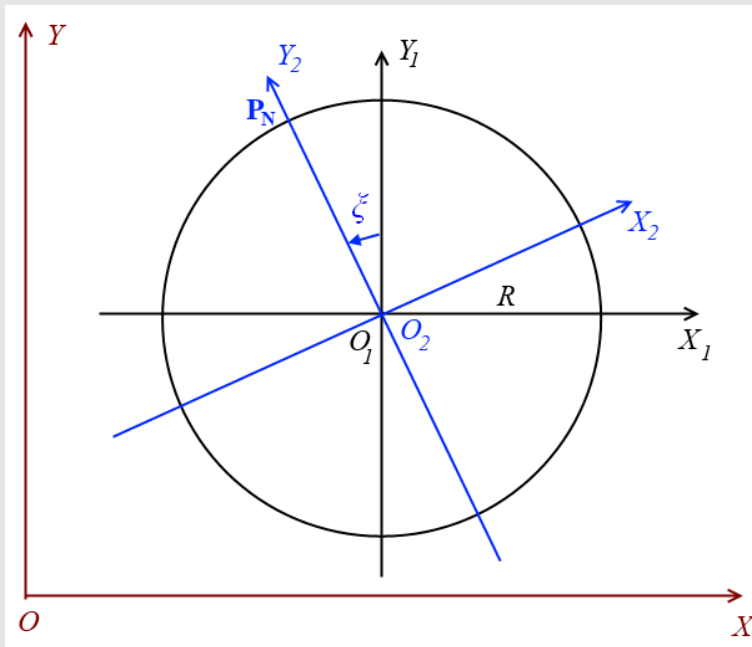
(XOY) – система координат на плоскости проекции (ПЗС, память компьютера).

$(X_1O_1Y_1)$ – система координат, центр которой совпадает с проекцией поднаблюдательной точки. Z направлена на наблюдателя.

$(X_2O_2Y_2)$ – система координат, ось Y которой параллельна проекции

$(X_3O_3Y_3)$ – система координат, ось Z которой проходит через точку с нулевыми планетографич. координатами (либрация устранена).

Параметры, задающие косую внешнюю перспективную проекцию



x_0, y_0 – координаты поднаблюдательной точки на плоскости проекции;

R – радиус изображения планеты (например, в пикселах);

D – расстояние от центра планеты до наблюдателя (в радиусах планеты);

ξ – позиционный угол центрального меридиана планеты, отсчитываемый от положения "север – вверх" и увеличивающийся при повороте изображения против часовой стрелки;

b_0, l_0 – планетографические координаты поднаблюдательной точки;

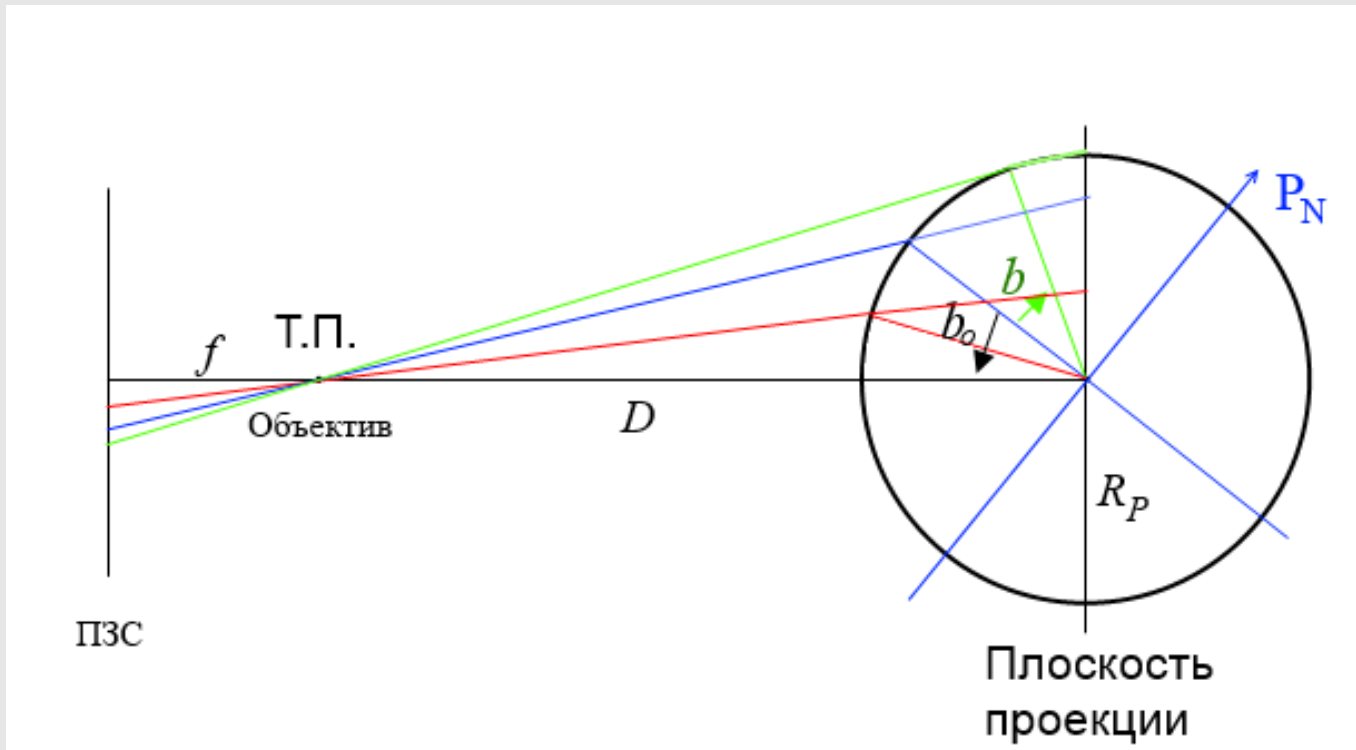
Также для масштаба необходимо знать фокусное расстояние объектива f .

Переход от прямоугольных координат на плоскости перспективной проекции к планетографическим координатам

Пересчет координат удобнее всего проводить поэтапно путем осуществления последовательной серии параллельного переноса, перемасштабирования и поворотов.

Этап 1: $(XOY) \rightarrow (X_1O_1Y_1)$

Переход от системы координат на плоскости проекции к системе прямоугольных координат, центр которой находится в центре планеты, ось Z_1 направлена на наблюдателя, а оси X_1 и Y_1 параллельны и сонаправлены осям X и Y на плоскости проекции соответственно.



$$z_1 = (r_0 \cdot r_d + \sqrt{r_d^2 - r_0^2 + 1}) / (r_d^2 + 1), \quad (1)$$

где $r_0 = r_d \cdot D$, $r_d = r/d$, $r = \sqrt{(x - x_0)^2 + (y - y_0)^2}$, $d = R \sqrt{D^2 - 1}$

$$x_1 = (x - x_0) / k, \quad (2)$$

$$y_1 = (y - y_0) / k, \quad (3)$$

где масштабный множитель $k = d / (D - z_1)$. (4)

Величины $x, y, x_0, y_0, R, k, r, d$ измеряются в пикселах, а величины $D, r_d, r_0, x_1, y_1, z_1$ – безразмерные и представляют собой расстояния, нормированные на радиус планеты R_P).

Масштаб регистрируемого изображения определяется фокусным расстоянием камеры f (например, в метрах) и размером пикселя S_{Pix} (в тех же единицах):

$$R = f / (S_{pix} \cdot D). \quad (5)$$

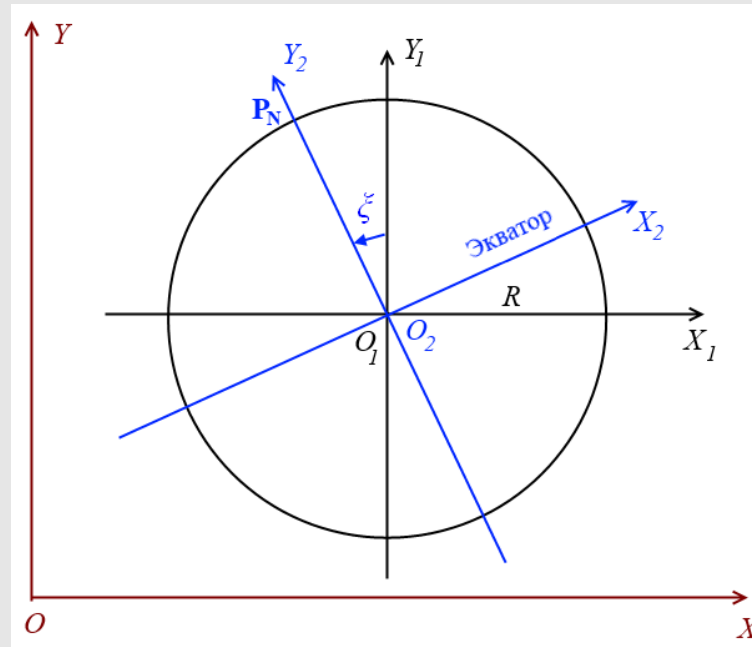
Этап 2: $(X_1O_1Y_1) \rightarrow (X_2O_2Y_2)$

Переход осуществляется путём поворота системы координат на позиционный угол ξ вокруг оси Z_1 с тем, чтобы ось Y_2 оказалась направленной вдоль центрального планетографического меридиана:

$$x_2 = x_1 \cos \xi + y_1 \sin \xi, \quad (6)$$

$$y_2 = -x_1 \sin \xi + y_1 \cos \xi, \quad (7)$$

$$z_2 = z_1. \quad (8)$$



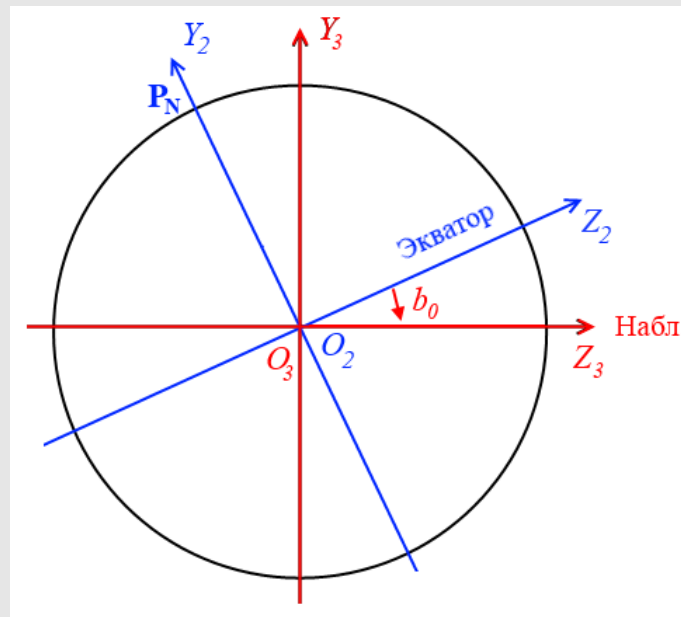
Этап 3: $(X_2O_2Y_2) \rightarrow (X_3O_3Y_3)$

Переход осуществляется путём поворота системы координат на угол b_0 вокруг оси X_2 (лежащей в плоскости экватора планеты) с тем, чтобы ось Y_3 оказалась направленной на северный полюс планеты:

$$x_3 = x_2. \quad (9)$$

$$y_3 = y_2 \cos b_0 + y_1 \sin b_0, \quad (10)$$

$$z_3 = -y_2 \sin b_0 + z_2 \cos b_0, \quad (11)$$



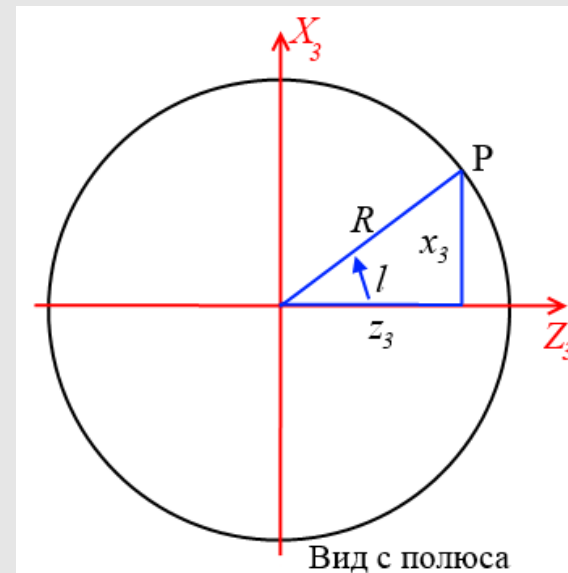
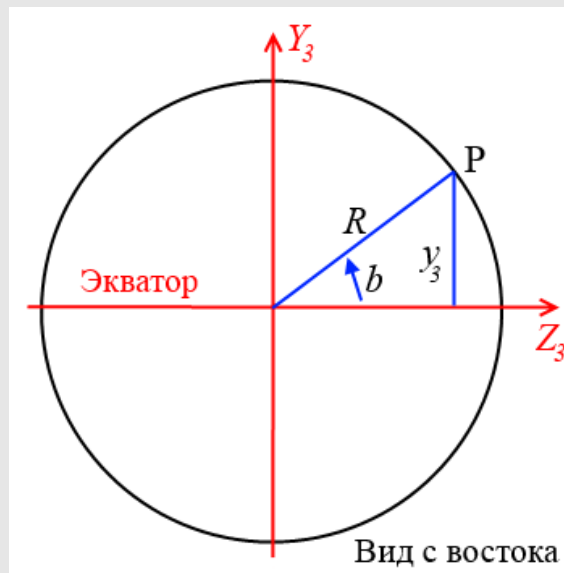
Этап 4: $(X_3O_3Y_3) \rightarrow (l, b)$

Переход от прямоугольных координат к сферическим (планетографическим: l – планетографич. долгота, b – планетографич. широта):

$$b = \arcsin y_3, \quad (12)$$

$$l = l_0 + \operatorname{arctg} (x_3 / z_3), \quad (13)$$

причём, если z_3 отрицательно, то l в (13) следует увеличить или уменьшить на 180° , устранив тем самым неоднозначность функции arctg .



**Переход от планетографических координат к
прямоугольным координатам
на плоскости перспективной проекции**

**Производятся те же этапы преобразований,
но в обратном направлении.**

Этап 1: $(l, b) \rightarrow (X_3 O_3 Y_3)$

Переход от сферических координат к прямоугольным:

$$x_3 = \sin(l - l_0) \cdot \cos b, \quad (14)$$

$$y_3 = \sin b, \quad (15)$$

$$z_3 = \cos(l - l_0) \cdot \cos b. \quad (16)$$

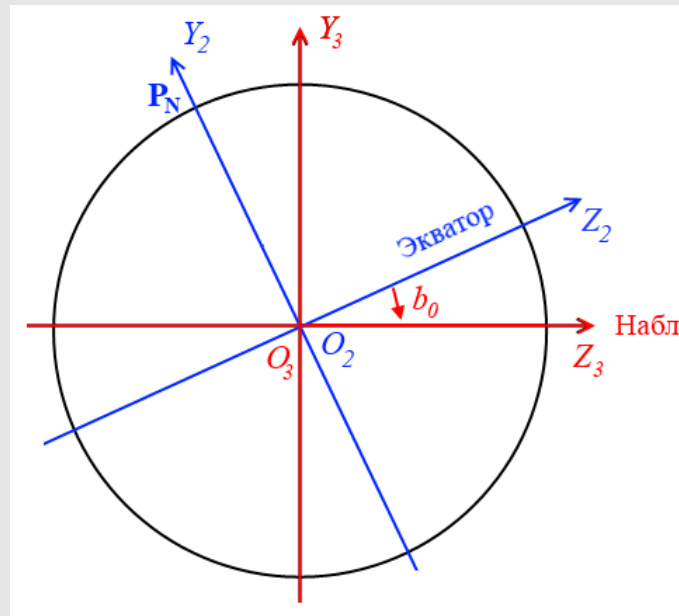
Этап 2: $(X_3O_3Y_3) \rightarrow (X_2O_2Y_2)$

Переход осуществляется путём поворота системы координат на угол b_0 вокруг оси X_3 (лежащей в плоскости экватора планеты) с тем, чтобы ось Z_2 оказалась направленной на наблюдателя:

$$x_2 = x_3. \quad (17)$$

$$y_2 = y_3 \cos b_0 - z_3 \sin b_0, \quad (18)$$

$$z_2 = y_3 \sin b_0 + z_3 \cos b_0. \quad (19)$$



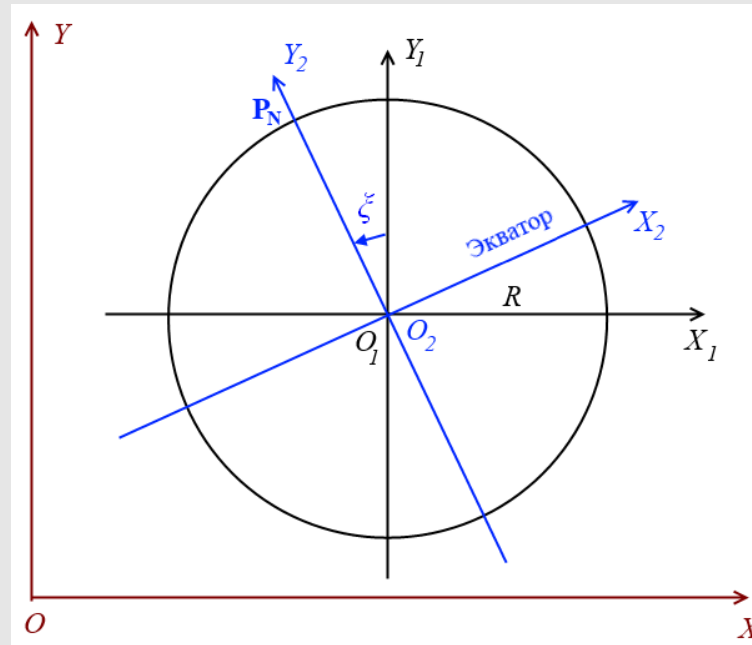
Этап 3: $(X_2O_2Y_2) \rightarrow (X_1O_1Y_1)$

Переход осуществляется путём поворота системы координат на позиционный угол ξ вокруг оси Z_2 с тем, чтобы оси X_2 и Y_2 оказались параллельными и сонаправленными осям X и Y на плоскости проекции:

$$x_1 = x_2 \cos \xi - y_2 \sin \xi, \quad (20)$$

$$y_1 = x_2 \sin \xi + y_2 \cos \xi, \quad (21)$$

$$z_1 = z_2. \quad (22)$$



Этап 4: $(X_1O_1Y_1) \rightarrow (XOY)$

Переход к системы координат на плоскости проекции.

$$x = x_0 + x_1 \cdot k, \quad (23)$$

$$y = y_0 + y_1 \cdot k, \quad (24)$$

где масштабный множитель k вычисляется по формуле (4).

Причём, если $z_1 > 1/D$, то рассматриваемая точка находится на видимой стороне планеты, в противном случае – на обратной.

**Приведенные формулы могут быть легко
запрограммированы на любом
языке программирования**

**На следующей лекции мы рассмотрим формулы
перспективной проекции
для случая планеты произвольной формы [2]**

Список источников

1. Великодский Ю. И. «ВЛИЯНИЕ АЛЬБЕДО И РЕЛЬЕФА НА ЗАКОН РАСПРЕДЕЛЕНИЯ ЯРКОСТИ ПО ДИСКУ ЛУНЫ», кандидатская диссертация
<http://www.astron.kharkov.ua/dslpp/moon/disser/velikodsky/prilozheniya.htm#b>
2. E. V. Shalygin, Yu. I. Velikodsky, V. V. Korokhin, and O. S. Shalygina. Formulas of the Perspective Cartographic Projection for Planets and Asteroids of Arbitrary Shape
<http://www.astron.kharkov.ua/dslpp/cartography/carthography.pdf>

Ура! Это всё!